

ОТЗЫВ

на автореферат диссертации Белоусова Ф.А. на тему:
«К вопросу о существовании и единственности периодических решений для дифференциальных уравнений», представленной
на соискание степени кандидата наук по специальностям
01.01.09 – «Дискретная математика и математическая кибернетика»,
01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и
оптимальное управление».

Диссертационная работа посвящена изучению периодических решений для обыкновенных дифференциальных уравнений и функционально-дифференциальных уравнений точечного типа (уравнений с отклоняющимся аргументом). Периодические решения играют важную роль, как в качественной теории дифференциальных уравнений, так и в других областях науки. Задачи, в которых возникают периодические решения, встречаются в физике, небесной механике, биологии, экономике и в других научных областях. В физике, в частности, это задачи электромагнитных колебаний, которые включают в себя оптику, учение о звуке, радиотехнику и прикладную акустику и т.д. В биологии такие задачи могут возникнуть при анализе моделей типа «хищник-жертва», в которых динамика количества особей каждой из популяций может описываться системой дифференциальных уравнений. В небесной механике дифференциальными уравнениями описывается динамика движения небесных тел, двигающихся по своим периодическим орбитам.

Универсального подхода к изучению периодических решений для дифференциальных уравнений не существует. Имеется несколько основных методов, которые предлагают различные способы решения данной задачи. В качестве основных методов поиска периодических решений дифференциальных уравнений следует отметить метод точечных отображений Пуанкаре-Андронова, топологический метод, усреднение Крылова-Боголюбова, метод направляющих функций. Однако большую часть из этих методов достаточно сложно применить на практике, часто они требуют выполнения целого ряда трудно проверяемых условий и значительной предварительной работы.

Предлагаемый в работе подход наиболее близок к методу интегральных уравнений, который можно найти, в частности, в работах Е. Н. Розенвассера. Основным отличием метода интегральных уравнений и представленного в данной диссертационной работе метода является то, что в первом случае периодические решения формируются с помощью оператор-функции Грина, удовлетворяющей ряду трудно проверяемых свойств. В диссертации, условия, гарантирующие существование периодических решений

формулируются в терминах правой части уравнения. Для случая функционально-дифференциальных уравнений точечного типа (уравнений с отклоняющимся аргументом) такие условия удается получить на основе метода Фурье.

Доказательство теоремы существования и единственности периодического решения использует метод сжимающих отображений. При этом требуется оценить норму некоторого специального оператора, который в диссертации определяется как «оператор периодических решений». Важно, чтобы норму такого оператора можно было оценить в терминах правой части исходного дифференциального уравнения с легко проверяемыми условиями. Такая задача особенно сложна для случая функционально-дифференциальных уравнений точечного типа (уравнений с отклоняющимся аргументом), и ее решение основано на использовании метода Фурье.

В автореферате последовательно рассмотрено три класса дифференциальных уравнений, для которых были получены условия, обеспечивающие существование и единственность периодических решений. В первой главе рассмотрены обыкновенные дифференциальные уравнения вида $\dot{x}(t) = g(t, x)$, где $g(\cdot, \cdot): R \times R^n \rightarrow R^n$ - непрерывная ω -периодическая по времени функция. Во второй главе изучаются скалярные дифференциальные уравнения высокого порядка вида $x^{(p)}(t) = g(t, x, \dot{x}, \dots, x^{(p-1)})$, где $g(\cdot): R \times R^p \rightarrow R$ - непрерывная ω -периодическая по времени функция. В третьей заключительной главе рассматриваются функционально-дифференциальные уравнения точечного типа (уравнения с отклоняющимися аргументами) вида $\dot{x}(t) = g(t, x(t + \tau_1), \dots, x(t + \tau_s))$, где $g(\cdot): R \times R^n \rightarrow R^n$ - непрерывно-дифференцируемая ω -периодическая по времени функция и отклонения τ_i являются соизмеримыми.

Судя по автореферату, в работе получены легко проверяемые условия, выраженные в терминах правых частей уравнений, которые обеспечивают существование и единственность периодических решений для дифференциальных уравнений. Эти условия формируются по характеристикам линейной и нелинейной составляющих, на которые разбивается правая часть исходного нелинейного уравнения. Для случая скалярного обыкновенного дифференциального уравнения дается правило наилучшего разбиения, при котором итерационный процесс в заданном классе сходится наиболее быстро к периодическому решению дифференциального уравнения при любой начальной функции. Необходимо отметить, что результаты, которые были получены для функционально-

дифференциальных уравнений точечного типа (уравнений с отклоняющимся аргументом), наиболее сложные и основаны на применении метода Фурье. Полученные результаты для этого класса дифференциальных уравнений также являются новыми.

Следует отметить некоторые неточности и опечатки. Так, на странице 11 в формуле (16) в правой части уравнения линейные слагаемые записаны со знаком плюс, а на странице 12 в формуле (18) в матрице А элементы, соответствующие этим слагаемым, записаны уже с противоположным знаком. Несмотря на то, что в автореферате говориться, что полученные условия легко проверямы, тем не менее, проверка условий, сформулированных в некоторых теоремах, видится отдельной непростой задачей. Это относится к теореме 4 (стр. 11) и теореме 5 (стр. 13).

Указанные недостатки не снижают достоинств диссертации, которая, судя по автореферату, представляет собой законченную научно-исследовательскую работу. Диссертационная работа отвечает требованиям, предъявляемым кандидатским диссертациям ВАК Российской Федерации, а ее автор Белоусов Ф.А. заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальностям 01.01.09 – «Дискретная математика и математическая кибернетика» и 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».

Разжевайкин В. Н.

30 октября 2014 г.

д.ф.-м.н., профессор
главный научный сотрудник
Федерального бюджетного
учреждения науки Вычислительный
центр им. А.А. Дородницына РАН
119333, Москва, Вавилова 40.
e-mail: razzh@mail.ru
тел.: (499)1350080

